Trabajo Fin de Grado

Impacto de la Responsabilidad Social Corporativa en la dinámica de un duopolio de Cournot

Impact of Corporate Social Responsibility on the dynamics of a Cournot duopoly case

Autor:

Ana López Valero

Directores:

Joaquín Andaluz Funcia y Gloria Jarne Jarne

Grado en Economía
Facultad de Economía y Empresa
2019

Impacto de la Responsabilidad Social Corporativa en la dinámica de un duopolio de Cournot

Impact of Corporate Social Responsibility on the dynamics of a Cournot duopoly case

Ana López Valero

Resumen

Este trabajo analiza el impacto que las prácticas de Responsabilidad Social Corporativa (RSC) tienen en la dinámica de un duopolio de Cournot con empresas heterogéneas a la hora de maximizar sus funciones objetivo. A partir de una formulación concreta para la inclusión de este tipo de prácticas en una de las dos empresas consideradas, hemos demostrado cómo influye en la estabilidad dinámica del equilibrio el grado de RSC adoptado. Se ha concluido que esta empresa tiene un importante papel estabilizador del mercado cuanto más socialmente responsable sea. Este es un resultado muy interesante ya que en la práctica incentivaría la aplicación de medidas RSC en mercados que tradicionalmente se asocian a un menor bienestar social.

Abstract

This paper analyses the impact that Corporate Social Responsibility (CSR) practices have on the dynamics of a Cournot duopoly case with heterogeneous firms when it comes to maximizing their objective functions. Considering the inclusion of this kind of practices in one of the two firms analysed with a specific formulation, we have shown how the CSR level influences the dynamic stability of the equilibrium. It is concluded that this firm has a more important stabilizing role in the market as it becomes more socially responsible. This is a revealing result since in practice it would encourage the application of CSR in markets that are traditionally associated with lower social welfare.

Palabras clave: Duopolio de Cournot · RSC · Estabilidad dinámica

Keywords: Cournot duopoly · CSR · Dynamic stability

Índice

1. Presentación

Frente a las situaciones extremas de mercado del monopolio y la competencia perfecta, la observación empírica nos dice que la mayoría de mercados presentan una estructura intermedia. Generalmente, las industrias cuentan con un número pequeño de empresas, lejano a la gran concurrencia que tiene lugar en una situación de competencia perfecta, y, salvo en mercados con características especiales como un monopolio natural, también rara vez abastecidos por un único oferente. Estos mercados, denominados oligopolios, tienen como peculiaridad la interdependencia estratégica entre sus competidores. Debido a su importancia en la economía actualmente, son abundantes los estudios llevados a cabo en el área de la Economía Industrial sobre este tipo de mercados y las dinámicas que en ellos aparecen.

Entre los objetivos perseguidos en la realización de este trabajo destaca el deseo de realizar una contribución sobre el impacto que las prácticas de Responsabilidad Social Corporativa, que actualmente se encuentran tan en auge en el plano empresarial, tienen en un marco de competencia oligopolística. Concretamente, a partir de la formulación particular de un duopolio en el que las empresas compiten *à la Cournot*, se ha analizado como influye en la estabilidad del equilibrio el grado de Responsabilidad Social Corporativa adoptado por una de las empresas participantes mientras la otra no presenta conciencia social a la hora de maximizar su función objetivo.

Pese a que se trata de un trabajo de naturaleza teórica, mi motivación desde el comienzo fue poder llegar a resultados que pudieran ser de utilidad en el ámbito real de los mercados de competencia imperfecta. Como veremos en el apartado de las conclusiones, los resultados obtenidos confirman las hipótesis que fueron barajadas al comienzo del mismo: la aplicación de medidas de Responsabilidad Social Corporativa tiene un efecto estabilizador en la dinámica del modelo. Siendo una mayor estabilidad un objetivo beneficioso para las empresas, la problemática de la disminución del bienestar social asociado a la naturaleza de estos mercados oligopolísticos podría subsanarse en cierto grado si las empresas incorporasen esta conciencia social a la hora de maximizar su objetivo.

Se ha incluido la perspectiva dinámica al análisis con la finalidad de obtener resultados más representativos de la realidad, ya que en este tipo de estructuras de mercado la información es imperfecta. Se asume que los agentes, en su racionalidad limitada, actúan en cada periodo ajustando la producción de acuerdo a un esquema de generación de expectativas y de ahí que sea necesario ampliar el horizonte temporal considerado. Para obtener los resultados de dicho análisis, se ha propuesto una especificación concreta del modelo puramente teórico a través de la función de demanda y las funciones objetivo de las empresas atendiendo a diferentes formulaciones de las expectativas, considerando el tiempo como una variable discreta.

El presente trabajo abarca contenidos de dos ramas fundamentales del conocimiento como lo son la Economía Industrial y las Matemáticas. Se han puesto en práctica conocimientos de estas áreas procedentes de algunas asignaturas del Grado como Matemáticas I y II para la resolución del modelo dinámico a través de ecuaciones en diferencias finitas. Además, de las asignaturas Decisión y Juegos, Microeconomía II y Microeconomía IV se ha obtenido todo el conocimiento teórico referente a los mercados oligopolísticos y equilibrio de Nash. No obstante, también se ha requerido el aprendizaje de cuestiones no vistas en el Grado para el análisis de la estabilidad dinámica y una revisión en profundidad de cuestiones relacionadas con la Responsabilidad Social Corporativa. Para la simulación del modelo hemos hecho uso del software Wolfram Mathematica 10.0.

La estructura del trabajo podría dividirse en dos bloques principales. En primer lugar se abordan cuestiones referentes a la aplicación de las prácticas de Responsabilidad Social Corporativa, tras lo cual se procederá a presentar la especificación concreta del modelo. A continuación se plantearán los resultados del estudio del modelo en un contexto estático junto con la estática comparativa ante cambios en el grado de Responsabilidad Social Corporativa adoptado por la empresa que la lleva a cabo.

En el segundo bloque se describirán los diferentes esquemas de formulación de expectativas que consideraremos en el análisis dinámico que será llevado a cabo en el siguiente punto: expectativas naïve, adaptativas y regla del gradiente. Por último, se presentarán los resultados derivados de la aplicación de las condiciones de estabilidad junto con las simulaciones realizadas para cada caso. A modo de conclusión, se hará una interpretación económica de los resultados más remarcables a los que se ha llegado a lo largo de los diferentes apartados.

2. Modelo a estudiar

2.1. La Responsabilidad Social Corporativa

Las empresas de nuestro entorno se mueven en un mercado cada vez más competitivo en el que la diferenciación respecto a los competidores es clave a la hora de asegurar la supervivencia. Los consumidores, por su parte, al ver como sus opciones aumentan exponencialmente son cada vez más exigentes, obligando a las empresas a buscar nuevas fórmulas. Es por ello que en los últimos años las empresas han empezado a considerar la incorporación de atributos éticos a la producción como valor añadido de cara al consumidor, mejorando la marca de la empresa y llegando a influir en su decisión de compra. Asimismo, estas medidas favorecen el estrechamiento de lazos con proveedores y grupos de interés y la credibilidad y confianza con los socios y posibles accionistas.

La introducción de este comportamiento en el plano empresarial se considera actualmente un factor clave para alcanzar un mejor posicionamiento en el mercado, siendo considerada como una ventaja competitiva sostenible. Estas prácticas, denominadas Responsabilidad Social Corporativa (RSC), se entienden como la integración voluntaria en el proceso productivo de actividades relacionadas con la preservación de los derechos humanos, protección de la salud, cuidado medioambiental, lucha contra el fraude y la corrupción y, en general, hacia todos los intereses de los consumidores y grupos de interés. A nivel teórico, en las empresas que llevan a cabo este tipo de prácticas el componente común en sus funciones objetivo ya no es únicamente el beneficio sino también su conciencia social. En nuestro estudio resultará ser la suma del beneficio más una parte del excedente de los consumidores como veremos en el caso de la empresa 2 del modelo que a continuación será propuesto.

Tradicionalmente llevar a cabo actividades en las que los costes de producción fuesen inferiores al precio que los consumidores estaban dispuestos a pagar por sus productos era el único objetivo de la empresa a la hora de maximizar su beneficio, comportamiento que podemos ver reflejado en la empresa 1 del modelo. No obstante la aparición de los *stakeholders* o grupos de interés ha puesto de manifiesto la necesidad de considerar en un primer plano los intereses de todos los grupos relevantes a la hora de maximizar la función objetivo de la empresa. En consecuencia, se ha observado una evolución en la gestión desde una orientación centrada exclusivamente en el interés de los propietarios hacia una consideración más amplia, en la que se valoran los intereses de todos los grupos implicados en las decisiones ejecutivas con el propósito de crear un beneficio sostenible. Véase [8].

Son numerosos los trabajos publicados abordando el debate sobre la existencia de una posible relación entre RSC y mejora de la competitividad, concluyéndose en todos los casos que efectivamente estas prácticas podrían conducir a recompensas a largo plazo. Esta visión ha sido apoyada de manera activa por la Comisión Europea que establece que “para la competitividad de las empresas es cada vez más importante un enfoque estratégico sobre RSC. Este puede reportar beneficios en cuanto a gestión de riesgos, ahorro de costes, acceso al capital, relaciones con los clientes, gestión de los recursos humanos y capacidad de innovación”. Véase [2].

Fanti y Buccella en [5], realizan un análisis empírico en el que se observa que el número de empresas adoptando comportamientos de RSC ha incrementado rápidamente, siendo una de las principales corrientes prácticas aplicadas en los negocios en todo el mundo, obteniendo los siguientes datos: “El 73% de 4500 compañías encuestadas en 45 países en 2015 afirman aplicar este tipo de prácticas, con un incremento del 2% desde 2013 y del 9% desde 2011. Además cabe destacar que, en 2015, el 92% de las 250 empresas más grandes, donde la propiedad y la gestión están claramente diferenciadas, registra actividades de RSC, entre las cuales podemos destacar las famosas Google, Microsoft, Sony o Apple”.

Debemos tener en cuenta que la aplicación de estas prácticas empresariales trasciende el mero fin de aumentar el resultado contable. Pese a que hasta hace bien poco la RSC se entendía como la mera ejecución de las obligaciones legales y contractuales, lo que se busca realmente es ir un paso más lejos mediante la aplicación de medidas que afectan de manera transversal a todos los ámbitos a los que afecta el negocio, consiguiendo un beneficio que se reparta entre todas las partes involucradas.

En el plano social, las principales medidas adoptadas velan por salarios y beneficios justos que incentiven la productividad, el respeto a la diversidad en el seno de la empresa, promoción del desarrollo de una carrera profesional, eliminación del techo de cristal y búsqueda de un balance equilibrado entre vida laboral y personal mediante políticas de conciliación. Detrás de todas estas acciones se encuentra el bienestar del empleado. Bajo la concepción del trabajador como principal activo de la empresa, un empleado cuidado y feliz es un empleado más productivo con lo cual en lugar de considerar esto como un gasto adicional, en realidad debe tenerse en cuenta como una inversión que en el futuro brindará rendimientos positivos al empresario. Ver [7].

El otro ámbito en el que se focaliza el grueso de las medidas de Responsabilidad Social Corporativa es el medio ambiente, buscando mitigar en gran parte el impacto negativo que haya podido tener la empresa y un mejor aprovechamiento de los recursos. De ahí que muchas organizaciones apuesten por medidas de control de contaminación y la racionalización de recursos como papel, agua y energía, y en la medida de lo posible, llevando a cabo actividades de I+D+i que ayuden a preservar el entorno natural.

Nuevamente Fanti y Buccella en [5], destacan que la aplicación de la RSC puede dar lugar a dos situaciones inversas de cara a los consumidores: Por un lado, la concienciación social por parte de la empresa puede ser positivamente valorada por los consumidores, aumentando estos su demanda. Esto implicaría finalmente no sólo una mayor cantidad producida en el equilibrio, sino también un precio mayor y (asumiendo que el coste de producir bienes bajo prácticas de RSC no es mayor) mayores beneficios. En el lado contrario, el hecho de que las empresas tengan en cuenta el excedente del consumidor a la hora de maximizar su función objetivo puede no tener ninguna valoración por parte de los consumidores, es decir, que no influya en la demanda del producto, resultando en un equilibrio de mercado en el que la cantidad aumente pero no así los beneficios de la empresa.

De hecho, esta es una de las principales críticas que recibe esta corriente empresarial. Incluso en el caso de contar con una valoración positiva por parte de los consumidores, los beneficios obtenidos exclusivamente gracias a las prácticas de RSC son difíciles de cuantificar por norma general. Sin embargo debemos tener en cuenta que el propio beneficio deriva en gran parte de la eficacia con la que se desarrolle el plan de RSC en cada organización.

En el modelo que se estudiará en este trabajo supondremos que la demanda a la que se enfrentan ambas empresas es la misma, es decir, que no hay una valoración positiva por parte del consumidor traducida en una preferencia por el bien producido por la empresa socialmente responsable. Por ello, los bienes serán considerados como homogéneos a todos los efectos. Si los bienes ofrecidos por la empresa con RSC fuesen preferidos, existiría diferenciación vertical del producto y dotaría de un mayor poder de mercado a dicha empresa.

2.2. Características del mercado

El caso particular que vamos a estudiar es un ejemplo del modelo de Cournot. Suponemos dos empresas productoras de un bien homogéneo que conocen la curva de demanda del mercado. Cada una debe decidir la cantidad que va a producir y las dos toman sus decisiones simultáneamente. Cuando toma su decisión de producción, cada una tiene en cuenta a su competidora ya que esta también decide la cantidad que va a producir y el precio de mercado depende de la producción total de las dos empresas. La esencia del modelo de Cournot radica en que cada una de las empresas considera fijo el nivel de producción de su competidora cuando decide la cantidad que va a producir. De estas se deriva el precio, el cual asegura que la cantidad demandada se iguale a la ofertada por ambas empresas conjuntamente. Para una revisión en profundidad del marco teórico del duopolio de Cournot ver [12].

Como veremos a continuación, la peculiaridad del modelo presentado en este trabajo reside en las diferentes funciones objetivo de las empresas participantes al considerar la aplicación de prácticas RSC en una de ellas.

Asumimos la siguiente función de demanda inversa del mercado:

$$p = 1 - Q, \tag{1}$$

donde p denota el precio y Q es la suma de las cantidades producidas por ambas empresas, $q_i + q_j$ para $i, j = 1,2$ con $i \neq j$. Por motivos de simplificación, asumiremos que ambas empresas tienen costes de producción nulos. Por lo tanto, los beneficios de la empresa i vienen dados por la siguiente función:

$$\pi_i(q_i, q_j) = \left(1 - q_i - q_j\right) q_i \tag{2}$$

En el caso de la empresa 1, su función objetivo coincide con su función de beneficios de tal manera que:

$$W_1(q_1, q_2) = \pi_1(q_1, q_2) = \left(1 - q_1 - q_2\right) q_1 \tag{3}$$

Por otro lado, la empresa 2 a la hora de maximizar su función objetivo adopta un componente de RSC, medido en este caso como su sensibilidad hacia el excedente de los consumidores. Por este motivo, definimos el parámetro λ como la ponderación que la empresa da a su propio beneficio a la hora de maximizar su función objetivo, de tal manera que la función objetivo de la empresa 2 queda expresada como una parametrización de los beneficios y el excedente del consumidor de esta forma:

$$W_2(q_1,q_2) = \lambda\pi_2(q_1,q_2) + (1-\lambda)\,\mathrm{EC} = \lambda\left(1-q_1-q_2\right)q_2 + (1-\lambda)\frac{\left(q_1+q_2\right)^2}{2}, \text{ con } 0<\lambda<1 \quad (4)$$

De acuerdo a esta formulación, cuanto menor es el valor del parámetro λ mayor es la tendencia de la empresa a tener en cuenta los resultados del mercado de cara a los consumidores.

Fanti y Buccella en [5], sostienen que pese a que se consideren empresas simétricas en cuanto a costes, nada impide que su concienciación social sea diferente ya que su sensibilidad puede ser distinta al depender de otros factores, por ejemplo, sobre quién recae la propiedad y dirección de la empresa.

Como se pone de manifiesto en el trabajo llevado a cabo por Godos et al. en [8], el hecho de que en las grandes empresas exista una estructura contractual caracterizada por la separación de propiedad (accionistas) y control (directivos) provoca que los responsables de la toma de decisiones no sufran las consecuencias económicas de las mismas, por lo que pueden no tener incentivos para maximizar el valor de la empresa. En este trabajo se realiza una revisión en profundidad de la literatura anterior en cuanto a cómo influye la propiedad y el control en la puesta en práctica de la RSC, llegando a cuatro conclusiones principales:

1. “Los propietarios interesados en la aplicación de RSC en su empresa que arriesguen una parte de su patrimonio en su consecución tendrán un especial incentivo para controlar las actuaciones de sus directivos y evitar que se comporten de modo oportunista, buscando sólo maximizar el beneficio de empresa, y no su valor de cara a la sociedad. Asimismo, comparada con una situación en la que la propiedad se encuentre diluida entre múltiples accionistas, la posición privilegiada que otorga la concentración de propiedad, con mejor acceso a información para evitar el problema de selección adversa y mayor poder efectivo sobre la empresa, contribuye a una mejor implantación de la RSC debido a un abaratamiento de costes de control sobre el órgano directivo.”

2. En segundo lugar, se afirma que la relación positiva entre concentración de propiedad y aplicación de RSC está relacionada con una reducción del riesgo empresarial. “Los grandes accionistas, que asumimos son adversos al riesgo, serán partidarios de tomar las decisiones conducentes a lograr el mínimo riesgo financiero. Bajo esta perspectiva, la RSC facilita la obtención de fondos y tiene la capacidad de reducir costosas sanciones

derivadas de decisiones judiciales, de una legislación adversa presente o futura y de posibles represalias de los consumidores.”

3. Otro argumento que exponen tiene que ver con el hecho de que los propietarios pueden tener diferentes horizontes temporales a la hora de plantearse la retribución a sus inversiones. “Al volverse más difusa la propiedad y estar compuesta por pequeños inversores es habitual adoptar una postura cortoplacista. Sin embargo, si consideramos que los grandes accionistas tienen visiones más a largo plazo las empresas que cuenten con una propiedad más concentrada dispondrán de un abanico más amplio de inversiones con objeto social ya que generalmente sus resultados son observables a medio y largo plazo y no en el corto.”

4. Por último, concluyen que los grandes propietarios se caracterizan también por la importancia que conceden a mantener su reputación, estrechamente ligada a la de las empresas de las cuales son accionistas. “La presencia de accionistas dominantes en el capital social conduce a que las empresas, en defensa de una buena reputación, sean más proclives a adoptar decisiones en beneficio no solo de los intereses económicos sino también considerando aspectos sociales y medioambientales. Así, frente a un accionista que tiene su cartera más diversificada sin tener un gran peso en ninguna, a un gran accionista le preocupa más la valoración social de su empresa porque, en caso contrario, podría soportar un coste elevado asociado al rechazo generado hacia una empresa calificada como no socialmente responsable.”

2.3. Análisis del equilibrio estático

En primer lugar analizaremos el equilibrio del mercado en un contexto estático. Cada una de las empresas considera fijo el nivel de producción de su competidora cuando decide la cantidad que va a producir. El nivel de producción que maximiza los beneficios de la empresa i es una función decreciente respecto de la cantidad que espera que su rival produzca. Esta es la denominada “función de mejor respuesta” o “función reacción”, obtenida a partir de la condición de primer orden de máximo.

En condiciones de equilibrio estático, cada empresa fija su nivel de producción de acuerdo con su propia curva de mejor respuesta, por lo que los niveles de producción de equilibrio se encuentran en el punto de intersección de las dos curvas. Llamamos equilibrio de Cournot al conjunto resultante de niveles de producción. En este equilibrio, cada empresa supone correctamente cuánto producirá su competidora y maximiza consecuentemente sus beneficios.

Este equilibrio de Cournot es un ejemplo de equilibrio de Nash: en este punto cada jugador elige una estrategia óptima dada su conjetura acerca de lo que los rivales harán, siendo estas conjeturas consistentes con las elecciones de los rivales. Ninguno tiene incentivos a cambiar unilateralmente su estrategia de modo que aumente su beneficio. Una revisión más en profundidad del concepto de equilibrio de Nash se puede consultar en [4].

Para la empresa 1, la función objetivo coincide con la de beneficios por lo que se plantea resolver el siguiente problema:

$$Max_{q_1} W_1(q_1,q_2) = Max_{q_1} \pi_1(q_1,q_2) = Max_{q_1} \left(1-q_1-q_2\right) q_1$$

La condición necesaria de maximización es la siguiente:

$$\frac{\partial W_1}{\partial q_1} = 0 = 1-2q_1-q_2 = 0 \Rightarrow q_1 = R_1(q_2) = \frac{1-q_2}{2} \qquad (5)$$

Para la empresa 2, siguiendo la formulación de Matsumura y Ogawa en [9], la función objetivo viene dada por la suma ponderada del beneficio de la empresa y el excedente del consumidor, luego el problema a resolver sería:

$$Max_{q_2} W_2(q_1,q_2) = Max_{q_2} \left(\lambda\left(1-q_1-q_2\right) q_2 + (1-\lambda)\frac{\left(q_1+q_2\right)^2}{2} \right)$$

En este caso, la condición necesaria sería:

$$\frac{\partial W_2}{\partial q_2} = 0 = \lambda + (1-2\lambda)q_1 + (1-3\lambda)q_2 = 0 \Rightarrow q_2 = R_2(q_1) = \frac{\lambda+(1-2\lambda)q_1}{3\lambda-1} \qquad (6)$$

Además, en ambos casos se debe satisfacer la condición suficiente de máximo según la cual la segunda derivada debe tener valor negativo:

$$\frac{\partial^2 W_1}{\partial q_1^2} = -2 < 0 \,; \quad \frac{\partial^2 W_2}{\partial q_2^2} = 1-3\lambda < 0 \,, \ \forall\ \lambda > \frac{1}{3}$$

Del sistema planteado a partir de las funciones de mejor respuesta podemos obtener las cantidades de equilibrio en función del parámetro λ, las cuales deberán ser positivas y constituirán el equilibrio de Nash:

$$q_1^* = \frac{2\lambda - 1}{4\lambda - 1} > 0 \Leftrightarrow \lambda \in \left(0, \tfrac{1}{4}\right) \cup \left(\tfrac{1}{2}, 1\right), \; q_2^* = \frac{1}{4\lambda - 1} > 0 \Leftrightarrow \lambda > \frac{1}{4}$$

Por tanto, el equilibrio de Nash se define $\forall \lambda > \frac{1}{2}$. Bajo dicha restricción se asegura la no negatividad de las cantidades y el cumplimiento de las condiciones suficientes de máximo. Lo definimos como $E^* = (q_1^*, q_2^*)$, siendo:

$$q_1^* = \frac{2\lambda - 1}{4\lambda - 1} \;,\; q_2^* = \frac{1}{4\lambda - 1} \tag{7}$$

Con estos datos podemos calcular el resto de variables del equilibrio estático:

$$Q^* = \frac{2\lambda}{4\lambda - 1} \;,\; p^* = \frac{2\lambda - 1}{4\lambda - 1} \;, W_1^* = \left(\frac{2\lambda - 1}{4\lambda - 1}\right)^2 \;, W_2^* = \frac{\lambda[4\lambda - 2\lambda^2 - 1]}{(4\lambda - 1)^2} \;,\; EC^* = \frac{2\lambda^2}{(4\lambda - 1)^2} \tag{8}$$

Vamos a representar gráficamente las funciones de mejor respuesta para un valor concreto de λ que vamos a establecer en $\frac{2}{3}$, lo cual servirá de ayuda para ilustrar el proceso mediante el cual se alcanza el equilibrio estático, el llamado proceso de *tâtonnement*.

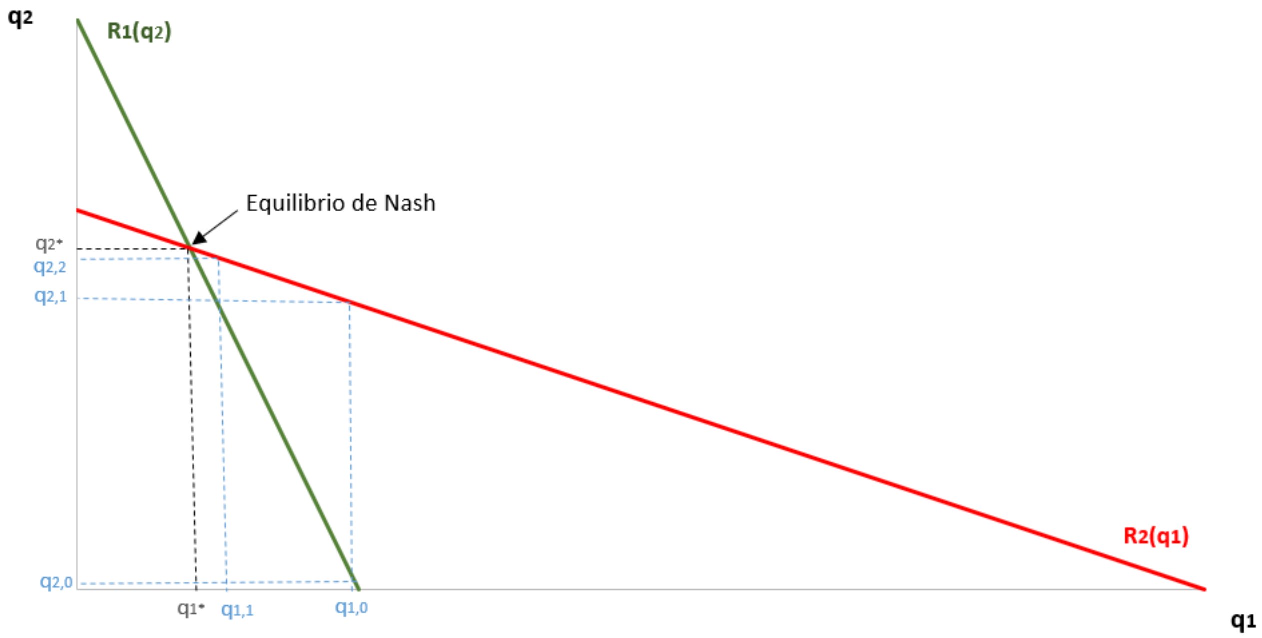


Figura 1. Proceso de ajuste en el modelo de Cournot

El proceso de ajuste que la figura 1 representa es el siguiente: Si la empresa 2 lanza en el primer periodo una cantidad que denotaremos por $q_{2,0}$, la empresa 1 decidirá producir una cantidad $q_{1,0}$, dada por su función de mejor respuesta. A su vez, esta cantidad producida por la empresa 1 inducirá una nueva respuesta en la empresa 2, que ahora maximiza sus beneficios lanzando la cantidad $q_{2,1}$. Ahora la empresa 1 decidirá cambiar su producción nuevamente de acuerdo con su función de mejor respuesta y lanzará al mercado una cantidad $q_{1,1}$. Este proceso se repite hasta que ambas empresas alcanzan el punto de equilibrio señalado gráficamente como (q_1^*, q_2^*), en el que ninguna de las dos empresas tiene incentivos a desviarse unilateralmente.

Para el caso particular que estamos considerando, con $\lambda = \dfrac{2}{3}$, las funciones de mejor respuesta vienen dadas por:

$$R_1(q_2) = \frac{1-q_2}{2} \ , \ R_2(q_1) = \frac{2-q_1}{3}$$

El punto de intersección de ambas rectas es el equilibrio de Nash. La condición suficiente que asegura la estabilidad de dicho equilibrio en sentido estático, es decir, la convergencia del proceso de *tâtonnemet* viene dada por la siguiente expresión, véase [11]:

$$\left|R_1'(q_2)\right| \cdot \left|R_2'(q_1)\right| < 1 \tag{9}$$

Aplicándola a nuestro modelo veremos que se cumple, lo cual nos permite asegurar que el equilibrio de Nash se alcanza.

$$R_1'(q_2) = \frac{-1}{2}, \ R_2'(q_1) = \frac{-1}{3} \quad \Rightarrow \left|\frac{-1}{2}\right| \cdot \left|\frac{-1}{3}\right| = \frac{1}{6} < 1$$

A continuación vamos a realizar un análisis de estática comparativa de los valores de equilibrio respecto al parámetro λ y la interpretación económica de los resultados que obtengamos:

$\dfrac{dq_2*}{d\lambda} = -4(4\lambda - 1)^{-2} < 0 \Rightarrow$ Un aumento de λ supone un mayor peso del beneficio respecto del excedente del consumidor en la función objetivo de la empresa 2. Por tanto, dicha empresa reduce su cantidad con el fin de aumentar su poder de mercado.

$\frac{dq_1*}{d\lambda} = 2(4\lambda - 1)^{-2} > 0 \Rightarrow$ Dado el carácter sustitutivo de las cantidades, la empresa 1 aumenta el volumen de su producción ante la reducción de la cantidad ofertada por parte de la empresa 2.

$\frac{dQ*}{d\lambda} = -2(4\lambda - 1)^{-2} < 0 \Rightarrow$ Un aumento de λ influye de manera negativa sobre la cantidad total lanzada al mercado, ya que cuanto menos socialmente responsable es la empresa 2 lanza menor cantidad al mercado. El efecto no se contrarresta totalmente con el aumento de la cantidad producida por la empresa 1.

$\frac{dP*}{d\lambda} = 2(4\lambda - 1)^{-2} > 0 \Rightarrow$ Un aumento de λ influye de manera positiva sobre el precio de equilibrio del mercado. Tiene sentido económico ya que el excedente de los consumidores es mayor cuanto menor sea el precio del mercado, luego al ser menos socialmente responsable será mayor el precio de equilibrio resultante.

$\frac{dW_1*}{d\lambda} = 4(2\lambda - 1)(4\lambda - 1)^{-3} > 0 \Rightarrow$ Un aumento de λ influye de manera positiva sobre el valor máximo de la función objetivo de la empresa 1. Tiene sentido económico ya que al lanzar mayor volumen de producción y ser mayor el precio, sus beneficios son mayores bajo nuestro supuesto de costes de producción nulos.

$\frac{dW_2*}{d\lambda} = -(8\lambda^3 - 6\lambda^2 + 4\lambda - 1)(4\lambda - 1)^{-3} < 0 \Rightarrow$ Un aumento de λ influye de manera negativa sobre el valor máximo de la función objetivo de la empresa 2. Tiene sentido económico ya que al lanzar un menor volumen de producción, sus beneficios son menores, y también es menor el excedente del consumidor ya que su conciencia social ha disminuido.

$\frac{dEC*}{d\lambda} = -4\lambda(4\lambda - 1)^3 < 0 \Rightarrow$ Un aumento de λ influye de manera negativa sobre el excedente de los consumidores. Tiene sentido económico ya que cuanto menos socialmente responsable sea una empresa, menor se espera que sea el excedente de los consumidores del mercado.

3. Formación de expectativas en modelos dinámicos

El duopolio de Cournot puede ser interpretado como un juego estático en el que si todos los jugadores eligen simultáneamente la cantidad de equilibrio, es decir, sin coordinación ni cooperación entre ellos, nadie tendrá incentivos unilaterales para desviarse en búsqueda de un mayor beneficio. Esta situación puede transformarse en un proceso dinámico en el momento en el que la economía experimente un shock, una alteración en el entorno o bien aparezca información nueva impredecible, y como resultado la cantidad elegida no constituya un equilibrio. En este momento, al menos una de las empresas puede aumentar su beneficio desviándose de manera unilateral. Como asumimos que las dos empresas tienen un comportamiento optimizador, ambas harán lo mismo, generándose un proceso dinámico. Las propiedades dependerán tanto de la naturaleza del tiempo (discreto o continuo) como del modo en el que las empresas formen sus expectativas. Para mayor información consultar [3].

Para nuestro análisis, consideraremos que las empresas ofrecen sus cantidades en periodos de tiempo discretos $t = 0,1,2,...$ en un mercado común. En cada periodo t cada empresa debe formar una expectativa de la cantidad que lanzará su rival en el siguiente periodo para así poder determinar la correspondiente cantidad que maximice sus beneficios en el periodo $t+1$. Este proceso depende de la manera que las empresas ajustan la decisión de la cantidad lanzada, es decir, de su formación de expectativas.

El concepto de racionalidad limitada**,** sobre el cual se fundamenta la introducción de expectativas en los modelos dinámicos, aparece por primera vez en el trabajo de Simon en [13], contribuyendo a lo que hoy en día conocemos como economía conductual. Esta teoría define nuestra capacidad de juicio como imperfecta y limitada debido a nuestras limitaciones cognitivas, de información y de tiempo, en contraposición con la concepción clásica del hombre racional, capaz de analizar la situación, su entorno y actuar en consecuencia para tomar la mejor decisión.

En el siguiente punto veremos los tres tipos de expectativas que consideraremos para nuestro análisis y que darán lugar a diferentes sistemas dinámicos donde analizaremos el equilibrio alcanzado y la estabilidad dinámica del mismo.

3.1. Expectativas naïve

Este tipo de expectativas asume que las empresas esperan que su rival ofrezca la misma cantidad en un periodo que la que ofreció en el pasado, dando por hecho que no hay represalias. Este proceso converge a un único punto, el de intersección de las curvas de mejor respuesta, que como ya sabemos es el Equilibrio Cournot-Nash para el caso estático. El modelo dinámico resultante con estas expectativas es el siguiente:

$$\begin{cases} q_{1,t+1} = R_1(q_{2,t}) \\ q_{2,t+1} = R_2(q_{1,t}) \end{cases} \tag{10}$$

3.2. Expectativas adaptativas

En este caso, las empresas deciden su nueva cantidad de acuerdo a una ponderación entre la cantidad lanzada en el periodo anterior y la dada por su función de reacción. El modelo dinámico resultante con estas expectativas es el siguiente:

$$\begin{cases} q_{1,t+1} = \beta_1 q_{1,t} + (1-\beta_1)R_1(q_{2,t}) \\ q_{2,t+1} = \beta_2 q_{2,t} + (1-\beta_2)R_2(q_{1,t}) \end{cases} \tag{11}$$

Los parámetros β_1, β_2 representan la propensión de cada empresa a tener en cuenta los resultados del periodo anterior, donde $0 \leq \beta_i < 1 \ \forall i = 1,2$. Para el caso particular $\beta_i = 0$, el modelo es equivalente al considerado con expectativas naïve.

3.3. Regla del gradiente

Bajo un enfoque más objetivo de la realidad económica, donde la información del mercado está lejos de ser completa, las empresas, en su racionalidad limitada, toman sus decisiones basándose en una estimación local del beneficio marginal. En este caso particular el beneficio no coincide con la función objetivo en la empresa 2 por lo que establecemos que cada empresa actúa en cada periodo t como una maximizadora de su función objetivo localmente: con la información de la que dispone en dicho periodo, la empresa decide aumentar o disminuir la cantidad para el periodo $t+1$ según experimente un cambio en términos marginales positivo o negativo. El modelo dinámico resultante con estas expectativas es el siguiente:

$$\begin{cases} q_{1,t+1} = q_{1,t} + \alpha_1(q_{1,t}) \dfrac{\partial W_1}{\partial q_{1,t}} \\ q_{2,t+1} = q_{2,t} + \alpha_2(q_{2,t}) \dfrac{\partial W_2}{\partial q_{2,t}} \end{cases} \tag{12}$$

donde $\alpha_i(q_{i,t})$ es una función positiva. Generalmente se supone que $\alpha_i(q_{i,t})$ es una función lineal $\alpha_i(q_{i,t}) = \alpha_i q_{i,t}$ con $\alpha_i > 0$. Dicho parámetro representa la velocidad de ajuste de la empresa i.

4. Dinamización del modelo

4.1. Modelo con expectativas naïve

Si las empresas actúan de acuerdo a un esquema de expectativas naïve el modelo a estudiar se obtiene sustituyendo (5) y (6) en (10). De esta manera, se llega al modelo lineal siguiente:

$$\mathrm{T}_N : \begin{cases} q_{1,t+1} = \dfrac{1 - q_{2,t}}{2} \\ q_{2,t+1} = \dfrac{\lambda + (1-2\lambda) q_{1,t}}{3\lambda - 1} \end{cases} \tag{13}$$

En el punto de equilibrio se cumplirá $q_{i,t+1} = q_{i,t} = q_i, \forall i = 1,2.$ Por ello, estaremos ante el mismo equilibrio de Nash que en el caso estático, donde el equilibrio viene dado por la intersección entre las dos curvas de reacción, siendo este $E^* = \left(\dfrac{2\lambda - 1}{4\lambda - 1}, \dfrac{1}{4\lambda - 1} \right)$

4.1.1. Estabilidad del modelo

Para proceder al estudio de la estabilidad en este caso, en primer lugar necesitaremos calcular la matriz Jacobiana del sistema (13) y evaluarla en el punto de equilibrio:

$$JT_N(E^*) = \begin{pmatrix} 0 & -\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1-2\lambda}{3\lambda - 1} & 0 \end{pmatrix}$$

Tras esto ya podemos aplicar las condiciones de estabilidad local de Schur, que podremos encontrar en [6]:

$$\begin{aligned} &i)\ \ 1-T+D>0 \\ &ii)\ 1+T+D>0 \\ &iii)\ 1-D>0 \end{aligned}$$

donde D y T denotan respectivamente el determinante y la traza de la matriz $JT_N(E^*)$:

$$D=\frac{1-2\lambda}{2(3\lambda-1)}$$

$$T=0$$

Sustituimos estos valores en las condiciones, que quedan reducidas a tan solo dos al ser $T=0$:

$$i)1+D>0 \Leftrightarrow 1+\frac{1-2\lambda}{2(3\lambda-1)}=\frac{4\lambda-1}{2(3\lambda-1)}>0,\ \forall\lambda\in\left(\tfrac{1}{2},1\right)$$

$$iii)1-D>0 \Leftrightarrow 1-\frac{1-2\lambda}{2(3\lambda-1)}=\frac{8\lambda-3}{2(3\lambda-1)}>0,\ \forall\lambda\in\left(\tfrac{1}{2},1\right)$$

Por lo tanto, al satisfacer las tres condiciones, podemos afirmar que en el sistema (13) el equilibrio de Cournot-Nash es asintóticamente localmente estable $\forall\lambda\in\left(\tfrac{1}{2},1\right)$. Es decir, independientemente de las condiciones iniciales, las trayectorias de las cantidades de cada empresa convergen a las cantidades de equilibrio. Ante cualquier perturbación exógena que causase una modificación en ellos, se corregirían automáticamente volviendo al equilibrio.

Como los dos valores propios de la matriz $JT_N(E^*)$ tienen signos opuestos, el hecho de que la trayectoria de convergencia hacia el equilibrio sea monótona u oscilante en torno a él dependerá de los valores iniciales que tomen las cantidades.

A continuación ilustraremos este hecho a partir de las trayectorias temporales de las cantidades simuladas con el software Wolfram Mathematica 10.0 para el sistema (13). Se han realizado dos simulaciones con el parámetro $\lambda=\frac{2}{3}$ en ambos casos, pero dando distintos valores iniciales que nos han permitido ver los dos tipos de convergencia que se pueden dar.

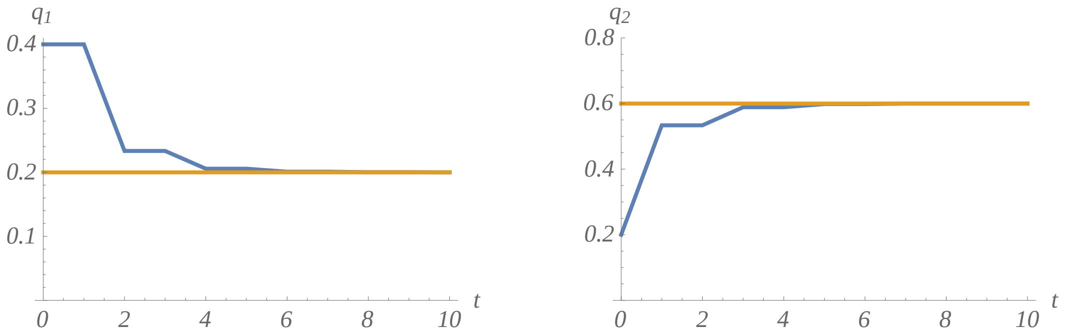


Figura 2. $\lambda = 2/3, q_{1,0} = 0.4, q_{2,0} = 0.2$

En la figura 2 el equilibrio de Cournot-Nash es asintóticamente localmente estable y las trayectorias temporales de las cantidades, $q_i(t)$, presentan una convergencia monótona a las cantidades de dicho equilibrio.

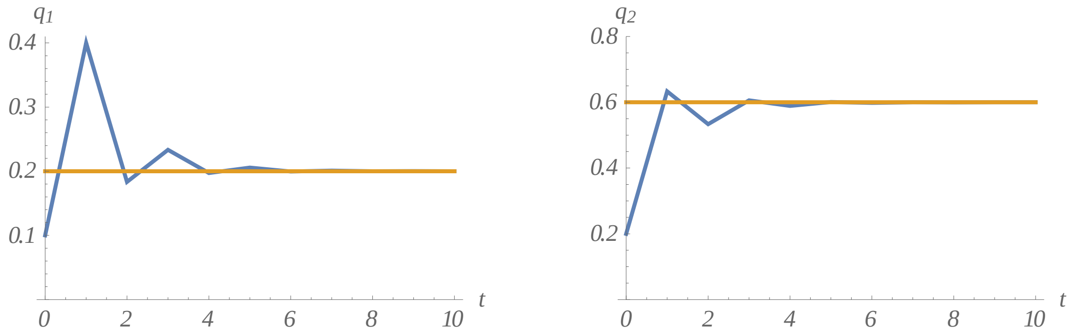


Figura 3. $\lambda = 2/3, q_{1,0} = 0.1, q_{2,0} = 0.2$

En el caso de la figura 3, el equilibrio de Cournot-Nash también es asintóticamente localmente estable, pero en este caso las trayectorias temporales de las cantidades son oscilantes.

4.2. Modelo con expectativas adaptativas

En el caso en el que las empresas sigan un esquema de expectativas adaptativas el modelo quedará planteado de esta forma, al sustituir las ecuaciones (5) y (6) en (11):

$$T_A : \begin{cases} q_{1,t+1} = \beta_1 q_{1,t} + (1-\beta_1)\dfrac{1-q_{2,t}}{2} \\ q_{2,t+1} = \beta_2 q_{2,t} + (1-\beta_2)\dfrac{\lambda+(1-2\lambda)q_{1,t}}{3\lambda-1} \end{cases} \tag{14}$$

Nuevamente, el punto de equilibrio satisfará $q_{i,t+1} = q_{i,t} = q_i, \forall i = 1,2.$ En este punto las cantidades producidas permanecen constantes, y se obtienen por intersección de las curvas de reacción.

$$(1-\beta_1)q_1 = (1-\beta_1)\frac{1-q_2}{2} \Rightarrow q_1 = \frac{1-q_2}{2}$$

$$(1-\beta_2)q_2 = (1-\beta_2)\frac{\lambda+(1-2\lambda)q_1}{3\lambda-1} \Rightarrow q_2 = \frac{\lambda+(1-2\lambda)q_1}{3\lambda-1}$$

Obteniéndose de nuevo el equilibrio de Nash $E^* = \left(\dfrac{2\lambda-1}{4\lambda-1}, \dfrac{1}{4\lambda-1}\right).$

4.2.1. Estabilidad del modelo

En primer lugar calcularemos la matriz Jacobiana del sistema (14) y la evaluaremos en el punto de equilibrio:

$$JT_A(E^*) = \begin{pmatrix} \beta_1 & -\dfrac{(1-\beta_1)}{2} \\ \dfrac{-(1-\beta_2)(2\lambda-1)}{3\lambda-1} & \beta_2 \end{pmatrix}$$

Asimismo, calculamos los valores del determinante y la traza:

$$D = \beta_1\beta_2 - \frac{(1-\beta_1)(1-\beta_2)(2\lambda-1)}{2(3\lambda-1)}$$

$$T = \beta_1 + \beta_2$$

Procedemos a verificar el cumplimiento de las condiciones de Schur:

$$i)1-T+D>0 \Leftrightarrow 1-(\beta_1+\beta_2)+\beta_1\beta_2-\frac{(1-\beta_1)(1-\beta_2)(2\lambda-1)}{2(3\lambda-1)}=$$

$$=(1-\beta_1)(1-\beta_2)\left[1-\frac{2\lambda-1}{2(3\lambda-1)}\right]=(1-\beta_1)(1-\beta_2)\frac{4\lambda-1}{2(3\lambda-1)}>0, \forall\lambda\in\left(\tfrac{1}{2},1\right)$$

$$ii)1+T+D>0 \Leftrightarrow 1+(\beta_1+\beta_2)+\beta_1\beta_2-\frac{(1-\beta_1)(1-\beta_2)(2\lambda-1)}{2(3\lambda-1)}=$$

$$=(1+\beta_1\beta_2)\left[1-\frac{2\lambda-1}{2(3\lambda-1)}\right]+\beta_1+\beta_2\left[1+\frac{2\lambda-1}{2(3\lambda-1)}\right]>0, \forall\lambda\in\left(\tfrac{1}{2},1\right)$$

$$iii)1-D>0 \Leftrightarrow 1-\beta_1\beta_2+(1-\beta_1)(1-\beta_2)\frac{(2\lambda-1)}{2(3\lambda-1)}>0, \forall\lambda\in\left(\tfrac{1}{2},1\right)$$

Se satisfacen las tres condiciones, por lo que podemos afirmar que cuando los agentes tomen sus decisiones de producción de acuerdo a un esquema de formulación de expectativas adaptativas el equilibrio de Cournot-Nash será asintóticamente localmente estable $\forall\beta_1,\beta_2\in[0,1)$ y $\forall\lambda\in\left(\tfrac{1}{2},1\right)$.

Nótese que en este caso si realizásemos la simulación del modelo estaríamos ante la misma situación que en el caso de expectativas naïve. Las tres condiciones de Schur se cumplen para cualquier valor posible que adopten β_1,β_2, por lo que la trayectoria de convergencia hacia el equilibrio será monótona u oscilante en torno a él dependiendo al igual que antes de los valores iniciales que tomen las cantidades.

4.3. Regla del gradiente

El tercer caso que vamos a considerar es en el que las empresas siguen un esquema de expectativas dado por la regla del gradiente. Por simplicidad, suponemos que la velocidad de ajuste es la misma para ambas empresas $\alpha=\alpha_1=\alpha_2$. El modelo lo obtenemos sustituyendo las ecuaciones (5) y (6) en (12):

$$\mathrm{T}_G:\begin{cases} q_{1,t+1}=q_{1,t}+\alpha q_{1,t}(1-2q_{1,t}-q_{2,t}) \\ q_{2,t+1}=q_{2,t}+\alpha q_{2,t}[\lambda+(1-2\lambda)q_{1,t}+(1-3\lambda)q_{2,t}] \end{cases} \tag{15}$$

En este caso estamos ante un modelo no lineal. Los puntos de equilibrio se obtienen imponiendo $q_{i,t+1}=q_{i,t}=q_i, \forall i=1,2$ por tanto son la solución de:

$$
\begin{aligned}
& q_{1,t}(1-2q_{1,t}-q_{2,t})=0 \\
& \Rightarrow q_{1,t}=0 \\
& \Rightarrow 1-2q_{1,t}-q_{2,t}=0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& q_{2,t}(\lambda+(1-2\lambda)q_{1,t}+(1-3\lambda)q_{2,t})=0 \\
& \Rightarrow q_{2,t}=0 \\
& \Rightarrow (\lambda+(1-2\lambda)q_{1,t}+(1-3\lambda)q_{2,t})=0
\end{aligned}
$$

Soluciones: $(0,0)$, $\left(0,\dfrac{-\lambda}{1-3\lambda}\right)$, $\left(\dfrac{1}{2},0\right)$, $\left(\dfrac{2\lambda-1}{4\lambda-1},\dfrac{1}{4\lambda-1}\right)$

Únicamente consideraremos la solución interior $\left(\dfrac{2\lambda-1}{4\lambda-1},\dfrac{1}{4\lambda-1}\right)$ ya que el caso en el que alguna de las empresas no produce nada no es relevante para el análisis. Esta solución constituye el equilibrio de Cournot-Nash.

4.3.1. Estabilidad del modelo

Al igual que en los casos anteriores, empezaremos por calcular la matriz Jacobiana del sistema (15) y la evaluaremos en el punto de equilibrio:

$$
JT_G(E^*)=\begin{pmatrix} 1-2\alpha\dfrac{2\lambda-1}{4\lambda-1} & -\alpha\dfrac{2\lambda-1}{4\lambda-1} \\ -\alpha\dfrac{2\lambda-1}{4\lambda-1} & 1-\dfrac{\alpha(3\lambda-1)}{4\lambda-1} \end{pmatrix}
$$

Asimismo, calculamos los valores del determinante y la traza:

$$
D=1-\frac{\alpha(7\lambda-3)}{(4\lambda-1)}+\frac{\alpha^2(2\lambda-1)}{(4\lambda-1)}
$$

$$
T=2-\frac{\alpha(7\lambda-3)}{(4\lambda-1)}
$$

Observemos que existe una relación entre D y T que nos puede facilitar los cálculos a continuación cuando verifiquemos el cumplimiento de las condiciones de Schur:

$$D = T - 1 + \frac{\alpha^2(2\lambda - 1)}{(4\lambda - 1)}$$

Procedemos a examinar el cumplimiento de las condiciones de estabilidad local:

$$i) 1 - T + D > 0 \Leftrightarrow 1 - T + T - 1 + \frac{\alpha^2(2\lambda - 1)}{(4\lambda - 1)} = \frac{\alpha^2(2\lambda - 1)}{(4\lambda - 1)} > 0,\ \forall\lambda \in \left(\tfrac{1}{2}, 1\right)$$

$$ii) 1 + T + D > 0 \Leftrightarrow 1 + T + T - 1 + \frac{\alpha^2(2\lambda - 1)}{(4\lambda - 1)} = 2T + \frac{\alpha^2(2\lambda - 1)}{(4\lambda - 1)} =$$

$$= \frac{4(4\lambda - 1) - 2(7\lambda - 3)\alpha + (2\lambda - 1)\alpha^2}{(4\lambda - 1)} > 0$$

Estudiaremos la siguiente parábola $y = (2\lambda - 1)\alpha^2 - 2(7\lambda - 3)\alpha + 4(4\lambda - 1)$, a partir de la cual podremos obtener los valores de α para los cuales la función adquiere valores positivos $(y > 0)$.

Lo primero en lo que debemos fijarnos es en el valor del coeficiente de α^2 de la parábola, que en este caso es $(2\lambda - 1) > 0 \quad \forall\lambda \in \left(\tfrac{1}{2}, 1\right)$ y nos dice que estamos ante una parábola que se abre hacia arriba. A continuación calcularemos la abscisa del vértice, α_v:

$$\alpha_v \to \frac{dy}{d\alpha} = 0 \to \alpha_v = \frac{7\lambda - 3}{2\lambda - 1} > 0, \forall\lambda \in \left(\tfrac{1}{2}, 1\right)$$

Para obtener la ordenada del vértice, y_v, sustituimos α_v en la expresión de la parábola:

$$y_v = y(\alpha_v) = \frac{-17\lambda^2 + 18\lambda - 5}{2\lambda - 1} < 0$$

Esto nos indica que el vértice está situado en el cuarto cuadrante y que por lo tanto $y(\alpha_v) = 0$ ha de tener dos soluciones:

$$\alpha_1 = \frac{7\lambda - 3 - \sqrt{17\lambda^2 - 18\lambda + 5}}{2\lambda - 1} > 0$$

$$\alpha_2 = \frac{7\lambda - 3 + \sqrt{17\lambda^2 - 18\lambda + 5}}{2\lambda - 1} > \alpha_1 > 0$$

Concluimos que la segunda condición de Schur se cumple para los valores positivos de la parábola dados por $\forall 0 < \alpha < \alpha_1$ y $\alpha > \alpha_2$.

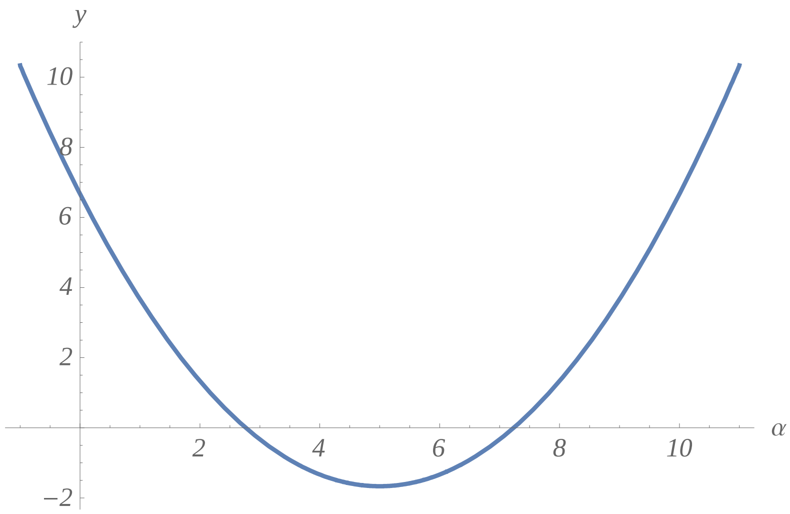


Figura 4. Representación de la parábola $y=(2\lambda-1)\alpha^2-2(7\lambda-3)\alpha+4(4\lambda-1)$ para $\lambda=2/3$

$$iii)1-D>0 \Leftrightarrow 1-T+1-\frac{\alpha^2(2\lambda-1)}{(4\lambda-1)}=$$

$$=\frac{\alpha(7\lambda-3)-\alpha^2(2\lambda-1)}{(4\lambda-1)}>0 \Rightarrow \alpha<\frac{7\lambda-3}{2\lambda-1}=\alpha_3=\alpha_v$$

Esta condición se cumple $\forall\alpha<\alpha_3$.

A partir de las restricciones obtenidas tras comprobar el cumplimiento de las tres condiciones, podemos afirmar que cuando los agentes tomen sus decisiones de producción de acuerdo a un esquema de formulación de expectativas según la regla del gradiente el equilibrio de Cournot-Nash será asintóticamente localmente estable $\forall\alpha<\alpha_1$.

Por tanto, el valor de α_1 que nos indica el umbral por debajo del cual la estabilidad dinámica del equilibrio de Cournot-Nash está garantizada es:

$$\hat{\alpha}(\lambda)=\alpha_1=\frac{7\lambda-3-\sqrt{17\lambda^2-18\lambda+5}}{2\lambda-1} \tag{16}$$

A continuación se presentan los diagramas de fases obtenidos a partir de las simulaciones realizadas para el sistema (15). En todas ellas hemos tomado los mismos valores iniciales de las cantidades de cada empresa y el umbral de estabilidad viene dado por $\alpha_1=5-\sqrt{5}\simeq 2.76$ obtenido para un valor de $\lambda=2/3$.

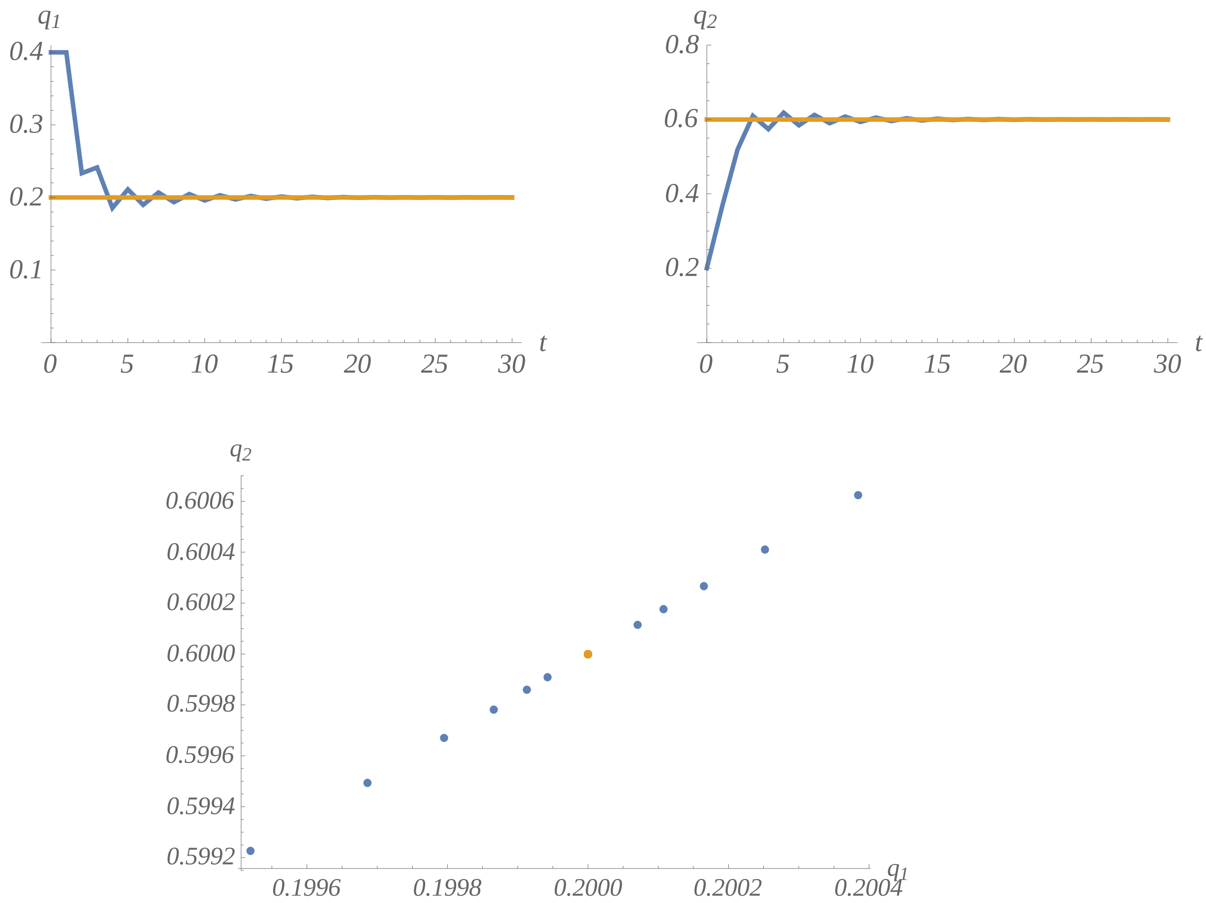


Figura 5. $\lambda = 2/3, \alpha = 2.5, q_{1,0} = 0.4, q_{2,0} = 0.2$

En la figura 5 la velocidad de ajuste de las empresas está dentro del intervalo $(0, 5-\sqrt{5})$ que asegura la estabilidad local y asintótica del equilibrio. Por lo tanto, hay convergencia a las cantidades del equilibrio y además se observa que la trayectoria es oscilante.

Sin embargo, puede ocurrir que la velocidad de ajuste que elijan las empresas se encuentre por encima del umbral que asegura la estabilidad. El análisis de las trayectorias resultantes debe hacerse mediante el estudio del exponente de Lyapunov, técnica que escapa del conocimiento a este nivel. Por lo tanto, al igual que hemos hecho para el sistema (13), esta vez también se han realizado diversas simulaciones que ilustran gráficamente lo que ocurre ante distintos valores de α . El objetivo será ver si el comportamiento que siguen las cantidades permite cierta posibilidad de aprendizaje a los agentes determinando para ello el punto que ejerce como atractor en el sistema, el cual ya sabemos que no será el equilibrio de Cournot-Nash.

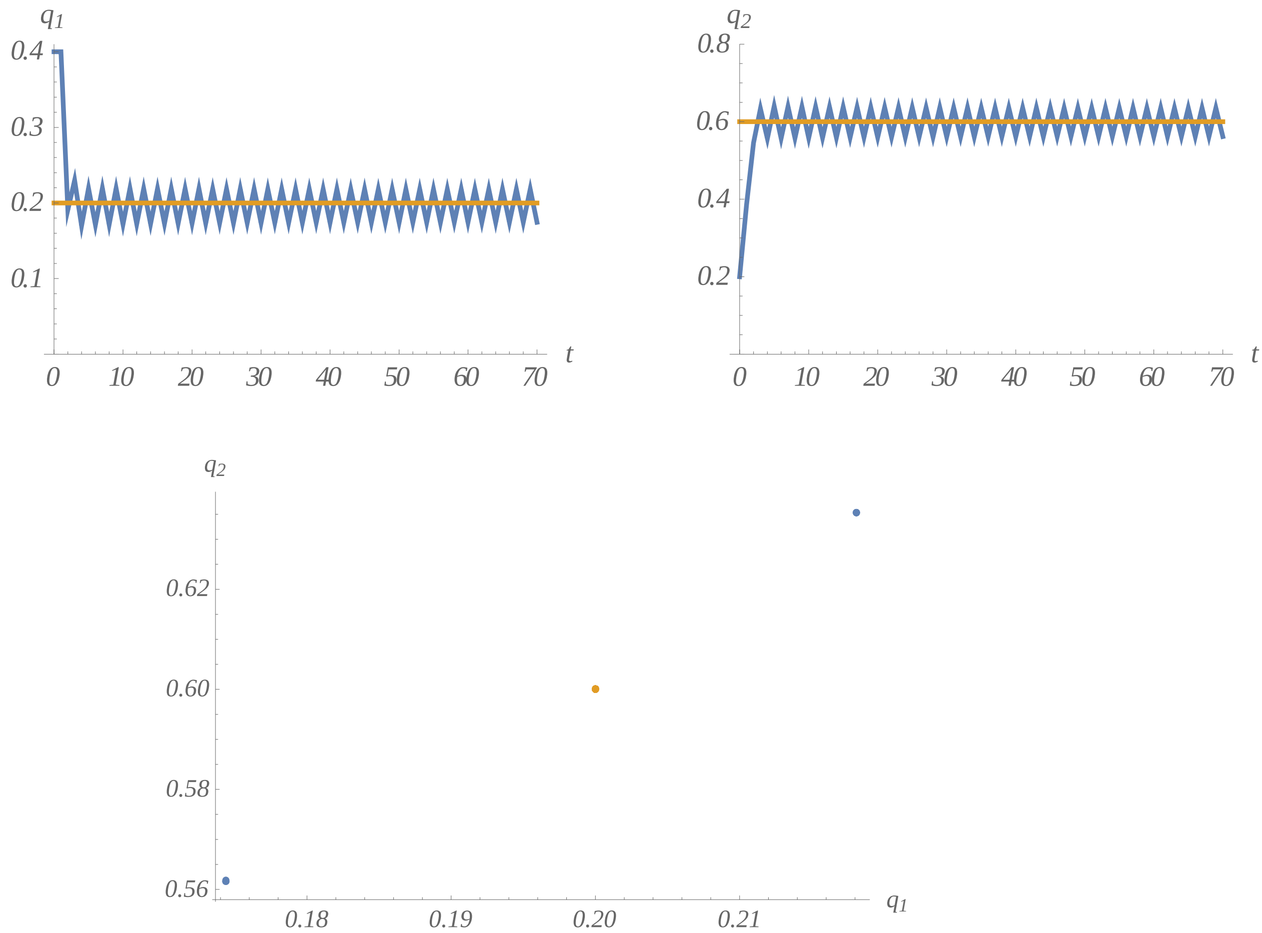
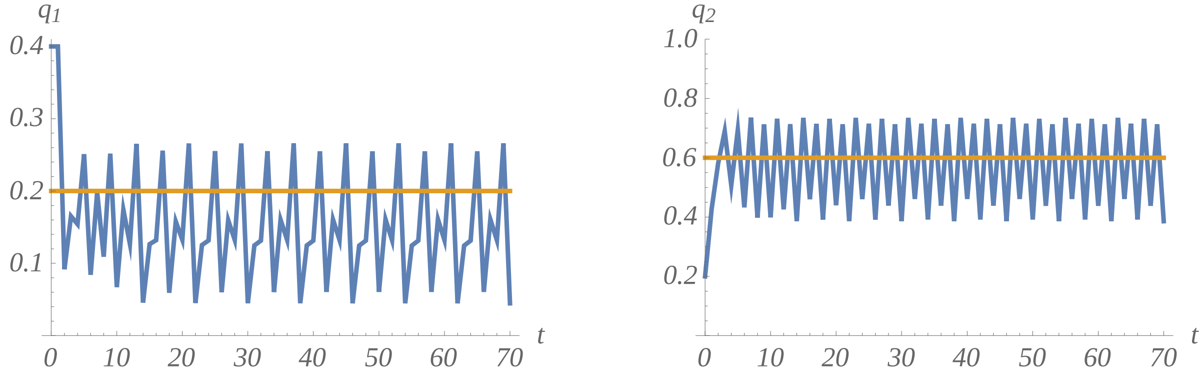


Figura 6. $\lambda = 2/3, \alpha = 2.8, q_{1,0} = 0.4, q_{2,0} = 0.2$

En la figura 6 la velocidad de ajuste de las empresas está ligeramente por encima del umbral que asegura la estabilidad local del equilibrio con lo cual el equilibrio de Cournot-Nash no es asintóticamente localmente estable. Concretamente las cantidades oscilan entre dos valores fijos situados en torno al equilibrio de Cournot-Nash por lo que en este caso el atractor es un 2-ciclo.



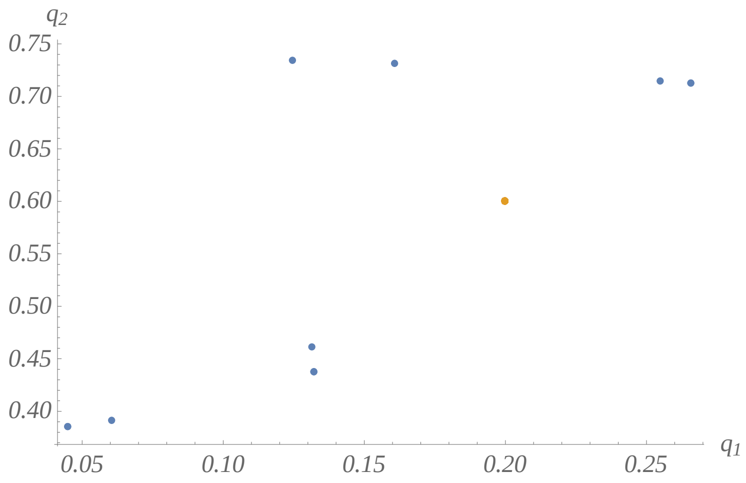
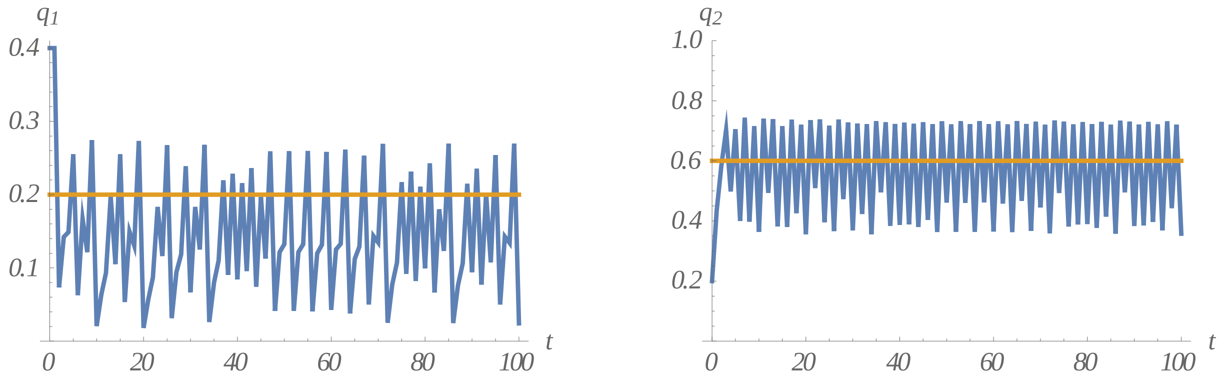


Figura 7. $\lambda = 2/3, \alpha = 3.4, q_{1,0} = 0.4, q_{2,0} = 0.2$

En la figura 7 la velocidad de ajuste de las empresas tampoco está dentro del intervalo que asegura la estabilidad local del equilibrio, siendo mayor que en el caso anterior. El equilibro de Cournot-Nash no es asintóticamente localmente estable y ahora las oscilaciones en torno a él indican que el atractor es un 8-ciclo.

A partir de estas dos simulaciones podemos ver que el atractor del sistema será de la forma 2^n, siendo n cada vez mayor a medida que crece la velocidad de ajuste. Habrá un intervalo de valores de α asociados a cada atractor. En este caso, para un determinado valor de α comprendido entre 2.8 y 3.4 podríamos observar la presencia de un 4-ciclo en el sistema, la situación intermedia entre las dos que se han presentado aquí.

No obstante, como veremos a continuación en la figura 8, para valores de α lo suficientemente grandes aparecerán dinámicas complejas en las que el atractor es extraño.



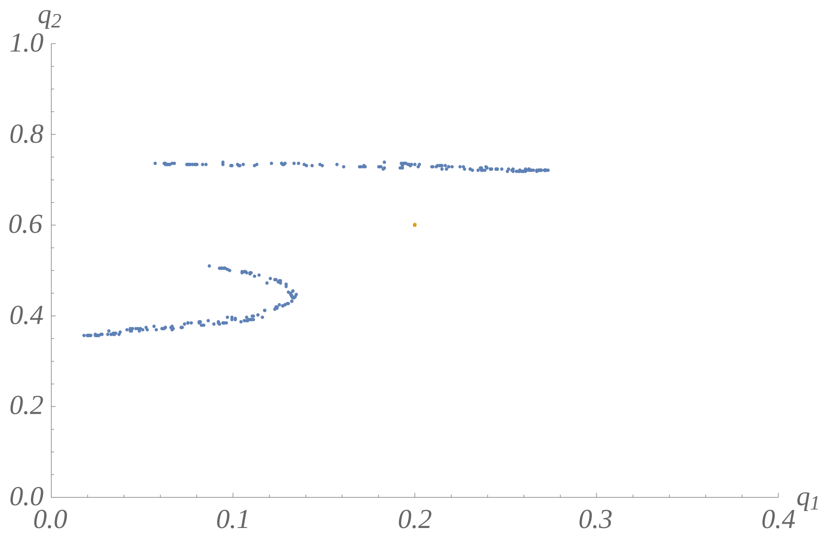


Figura 8. $\lambda = 2/3, \alpha = 3.5, q_{1,0} = 0.4, q_{2,0} = 0.2$

En la figura 8 podemos ver como las trayectorias de las cantidades no siguen ningún patrón de comportamiento como en los casos anteriores y por lo tanto no permiten a los agentes llevar a cabo un proceso de aprendizaje.

Ahora debemos estudiar el efecto que tiene el valor del parámetro λ sobre la estabilidad para este caso particular, ya que como hemos visto α_1 depende directamente de dicho parámetro:

$$\frac{d\hat{\alpha}(\lambda)}{d\lambda} < 0 \quad \forall \tfrac{1}{2} < \lambda < 1$$

Cuanto mayor es el valor de λ menor es el valor del umbral de la velocidad de ajuste que asegura la estabilidad. Por tanto, cuanto más valore la empresa 2 su propio beneficio respecto del excedente de los consumidores, menos estable es el equilibrio de Nash.

Por el contrario, una mayor ponderación del excedente del consumidor en la función objetivo (menor valor de λ) aumentará el valor del umbral de la velocidad de ajuste, siendo mayor el rango de valores de $\alpha(\lambda)$ que aseguran la estabilidad del equilibrio.

En resumen, la consideración de prácticas de Responsabilidad Social Corporativa como parte de los objetivos de la empresa a alcanzar constituye un elemento estabilizador del equilibrio del mercado.

5. Conclusiones

A partir de un caso concreto de duopolio de Cournot y una formulación específica para la inclusión de prácticas de RSC en el comportamiento optimizador de la empresa 2 del modelo, hemos conseguido llevar a cabo un análisis dinámico que ha arrojado un resultado muy positivo de cara a su aplicación en la realidad económica. Pese a ello, debemos tener en cuenta el hecho de que se trata de un modelo puramente teórico formulado bajo unos supuestos un tanto restrictivos como el hecho de asumir costes de producción nulos con la finalidad de simplificar el análisis. De igual manera, en los modelos con expectativas adaptativas y con la regla del gradiente se ha supuesto que los parámetros característicos de cada modelo eran iguales para ambas empresas. No obstante, salvo en circunstancias especiales, en la práctica podríamos esperar que efectivamente en un duopolio ambas empresas sean simétricas a todos los efectos.

El modelo dinámico analizado con la regla del gradiente (15) es el que nos brinda el resultado más importante de todo el análisis. Como podemos ver a partir de su formulación, se basa en un proceso de aprendizaje según el cual las empresas modifican su producción atendiendo al signo de la primera derivada de su función objetivo, que únicamente en el caso de la empresa 1 es igual al beneficio marginal. El proceso de aprendizaje se basa en lo siguiente: si las empresas observan que la primera derivada de la función objetivo da un resultado positivo en ese punto querrá decir que la producción lanzada es inferior a la del equilibrio, y por lo tanto reaccionarán aumentando la cantidad producida. Si las empresas se encontrasen en el equilibrio el valor de dicha primera derivada sería nulo y carecerían de incentivos a cambiar su producción. De la misma forma, ante un valor negativo su reacción seria disminuir la cantidad producida en el periodo inmediatamente posterior.

No obstante, la eficacia de este proceso de aprendizaje para alcanzar la estabilidad local y asintótica del equilibrio dependerá del parámetro α, el cual hemos definido como la velocidad de ajuste ante los resultados observados en el mercado. Hemos calculado el valor que actúa como umbral de estabilidad y que asegura que para valores de α inferiores a él el sistema será asintóticamente localmente estable. Si el valor de α elegido sobrepasa el umbral de estabilidad habrá una sobrerreacción por parte de las empresas, si bien puede ser que todavía se mantenga cierta capacidad de aprendizaje (como se ha visto en los casos en los que los atractores son de la forma 2^n), pero no será completo y por ello aparece inestabilidad del sistema. En otros casos, cuando α es lo suficientemente grande, la capacidad de aprendizaje desaparece por completo con la aparición de dinámicas caóticas.

Para nuestro caso particular recordemos que la velocidad de ajuste que actúa como umbral de estabilidad depende inversamente del parámetro λ, el cual hemos utilizado como medida del grado de RSC aplicado por la empresa. Menores valores de λ implican mayor peso del excedente de los consumidores, mayor grado de RSC y lo más importante, dan lugar a un mayor umbral que asegura la estabilidad. De ahí que destaquemos la importancia de la aplicación de estas prácticas en este tipo de mercados ya que el resultado es beneficioso tanto para las empresas como para los consumidores.

Generalmente cuando se aborda la problemática de la disminución del bienestar social que va asociada a los mercados oligopolísticos todas las medidas para contrarrestarlo están relacionadas con favorecer el aumento de la competencia, siendo la prohibición de los acuerdos colusorios el principal ámbito de actuación de las autoridades de la Defensa de la Competencia. No obstante, en algunos mercados la baja concurrencia está justificada por motivos de eficiencia debido a las características naturales del mercado, además de que por lo general alcanzar una competencia perfecta se trata de una circunstancia muy exigente en un mundo donde continuamente aparecen mercados para nuevos productos. Este trabajo ilustra otra posible solución a dicho problema del bienestar social sin necesidad de obligatoriamente “perjudicar” a las empresas para así aumentar el beneficio de los consumidores.

En el caso de los modelos (13) y (14) con expectativas naïve y adaptativas respectivamente, se lleva a cabo un mecanismo de aprendizaje similar al del modelo (15). En el modelo con expectativas adaptativas no ha sido necesario establecer ningún umbral ya que hemos demostrado que para todo β el equilibrio de Cournot-Nash sería asintóticamente localmente estable.

Además, aunque únicamente hemos trabajado con esquemas de expectativas homogéneas también por motivos de simplicidad, en las últimas décadas los modelos de expectativas heterogéneas han ganado peso en la literatura, con lo cual esta podría ser la línea de investigación por la que continuar tras este trabajo.

Gracias a este trabajo he tenido la oportunidad de poner en práctica conocimientos procedentes de distintas asignaturas y ver cómo la interrelación entre ellos permite obtener resultados que no podríamos concluir si considerásemos las materias de manera aislada. En particular, gracias a los instrumentos para el análisis dinámico que nos proporcionan las Matemáticas se ha conseguido obtener un resultado importante dentro del campo de la Microeconomía que de otra manera no habríamos podido contrastar teóricamente.

Además he podido afianzar un concepto tan importante en Economía como lo son las expectativas, algo que ha permitido aproximarnos más a la realidad y alejarnos de la concepción clásica del agente plenamente racional.

Por último, no se puede obviar la importancia de la RSC en la actualidad y gracias a la realización del trabajo he podido ver como no sólo nos beneficia a los consumidores sino también a las empresas, lo cual considero que son nociones muy útiles de cara a mi vida profesional. Este factor unido a que el análisis se ha llevado a cabo en un marco de competencia oligopolística, predominante en la mayoría de los mercados en la actualidad, hacen que el trabajo aquí presentado sea una imagen clara de parte de las cuestiones prioritarias en la Microeconomía actual.

Referencias

[1] ANDALUZ, J. Y JARNE, G. (2018): “On price stability and the nature of product differentiation” *Journal of Evolutionary Economics,* Vol. 29, nº 2, pp 741-762, DOI: 10.1007/s00191-018-0584-2

[2] BERNAL-CONESA, J.A. et al. (2016): “Motivaciones para implantar una estrategia de RSC en empresas tecnológicas y su influencia en la competitividad. Análisis empírico desde España”, *Journal GCG: Globalization, Competitiveness & Governability,* Vol. 10, nº 2, pp 33-53, DOI: 10.3232/GCG.2016.V10.N2.02

[3] BISCHI, G.I et al. (2010): *Nonlinear Oligopolies: Stability and Bifurcations*, Springer.

[4] CABRAL, L. (2012): *Introduction to Industrial Organization*. The MIT Press.

[5] FANTI, L., Y BUCCELLA, D. (2018): “Corporate social responsibility and managerial bonus systems”, *Italian Economic Journal*, Vol. 4, pp 349-365, DOI: 10.1007/s40797-018-0074-6

[6] GANDOLFO, G. (2010): *Economic Dynamics.* 4ª Edición. Springer

[7] GARCIA, S.L.: “La RSC bien entendida empieza por los empleados”, *Compromiso Empresarial,* Revista electrónica de innovación social, publicación del 13/05/2016. (disponible en https://www.compromisoempresarial.com/rsc/2016/05/la-rsc-bien-entendida-comienza-por-los-empleados/; última consulta 15/06/2019)

[8] GODOS, J.L., et al. (2011): “Propiedad y control en la puesta en práctica de la RSC”, *Cuadernos de Economía y Dirección de la Empresa,* Vol. 15(2012), pp 1-11, DOI: 10.1016/j.cede.2011.06.002

[9] MATSUMURA, T. Y OGAWA, A. (2014): “Corporate social responsibility or payoff asymmetry? A study of an endogenous timing game”, *Southern Economic Journal,* Vol. 81, nº2, pp 457-473, DOI: 10.4284/0038-4038-2012.182

[10] MENDES, D.A. et al. (2008): “Complex Dynamics in Simple Cournot Duopoly Games”, ISCTE - Lisbon University Institute, Working Paper 10/08

[11] OKUGUCHI, K. (1976): *Lecture notes in Economics and Mathematical Systems. Expectations and Stability in Oligopoly Models.* Springer.

[12] PINDYCK, R., Y RUBINFELD, D. (2009): *Microeconomía.* 7ª Edición. Prentice Hall.

[13] SIMON, H.A. (1947): *Administrative behavior: A Study of Decision-making Processes in Administrative Organization,* New York: The Macmillan Company.